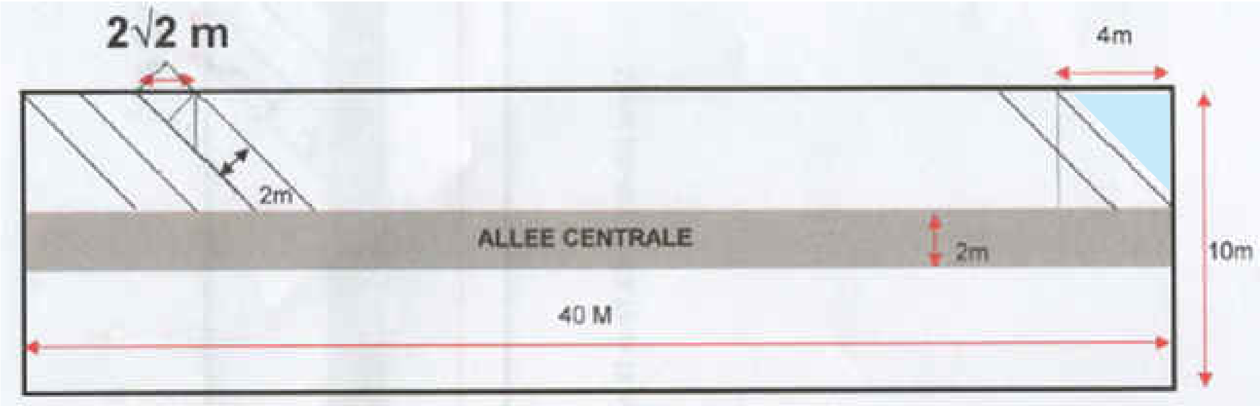
Corrigé de l'épreuve d'admission d'agent de recouvrement session 2004
Epreuve de Mathématiques

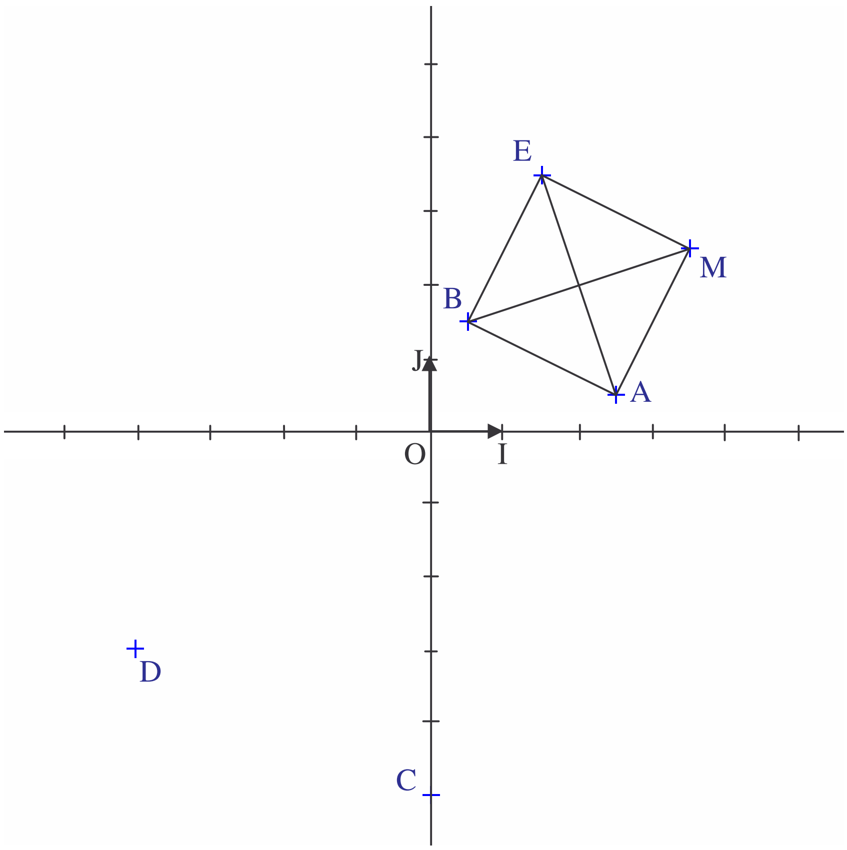
EXERCICE 1.



L'allée centrale a une largeur de 2 m, donc chaque zone de stationnement a une largeur de 4 m. Et, sur la longueur de 40 m; il existe une zone morte de 4 m non utilisable (zone bleue). Donc, sur chaque côté de stationnement, on peut utiliser 40 – 4 = 36 m Et chaque place de parking en épi utilise $2\sqrt{2}$ m sur la longueur du parking, ce qui fait 36 / $2\sqrt{2}$ =12,73 soit 12 places de parking maximum de chaque côté, soit un total de **24 voitures au maximum**.

EXERCICE 2.

1°)



2°)a) On cherche les coordonnées de E tel que $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{OC}$.

Les coordonnées des vecteurs utiles sont : $\overrightarrow{EA}\begin{pmatrix}2{,}5-x_E\\0{,}5-y_E\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix}0{,}5-x_E\\1{,}5-y_E\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OC}\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix}$.

D'où le système d'équations

$$\begin{cases}2{,}5-x_E+0{,}5-x_E=0\\0{,}5-y_E+1{,}5-y_E=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3-2x_E=0\\2-2y_E=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x_E=3\\2y_E=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_E=\dfrac{3}{2}\\y_E=\dfrac{7}{2}\end{cases}.$$

Le point E a pour coordonnées $(1{,}5\,;3{,}5)$.

b) On cherche les coordonnées de M tel que $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{OD}$.

Les coordonnées des vecteurs utiles sont : $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}2{,}5-x_M\\0{,}5-y_M\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}0{,}5-x_M\\1{,}5-y_M\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OD}\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$.

D'où le système d'équations

$$\begin{cases}2{,}5-x_M+0{,}5-x_M=-4\\0{,}5-y_M+1{,}5-y_M=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3-2x_M=-4\\2-2y_M=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x_E=7\\2y_E=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_E=\dfrac{7}{2}\\y_E=\dfrac{5}{2}\end{cases}.$$

Le point M a pour coordonnées $(3{,}5\,;2{,}5)$.

3°)a) Voir graphique.

4°) D'après le graphique, le quadrilatère AMEB est un carré. Prouvons-le par le calcul.
Calculons la mesure de chaque côté du carré dont on connaît les coordonnées :

$$\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix}0{,}5-1{,}5\\1{,}5-3{,}5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix},\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0{,}5-2{,}5\\1{,}5-0{,}5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix},\ \overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}2{,}5-3{,}5\\0{,}5-2{,}5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}\text{ et }\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}3{,}5-1{,}5\\2{,}5-3{,}5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}.$$

D'où $EB=AB=MA=EM=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$.
Ce quadrilatère a donc ses quatre cotés égaux.

Nous allons maintenant prouver qu'il a un angle droit.

$$\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}=(-1)\times(-2)+(-2)\times1=2-2=0$$

Donc les côtés EB et AB sont orthogonaux.
Le quadrilatère a quatre côtés égaux et un angle droit, donc c'est **un carré**.

<u>EXERCICE 3.</u>

1°) $E=4x^2-9+(2x+3)\cdot(x-1)$
$=(2x+3)\cdot(2x-3)+(2x+3)\cdot(x-1)$ (identité remarquable)
$=(2x+3)\cdot(2x-3+x-1)$
$=(2x+3)\cdot(3x-4)$

2°) $E=4x^2-9+(2x+3)\cdot(x-1)$
$=4x^2-9+2x^2-2x+3x-3$
$=6x^2+x-12$

3°) Un produit de facteurs est nul si l'un de ses facteurs est nul donc on a :

$$(2x+3)\cdot(3x-4)=0 \Leftrightarrow 2x+3=0 \text{ ou } 3x-4=0 \Leftrightarrow x=\frac{-3}{2} \text{ ou } x=\frac{4}{3}$$

Donc l'ensemble des solutions de l'équation $(2x+3)\cdot(3x-4)=0$ est $S=\left\{\frac{-3}{2}\,;\frac{4}{3}\right\}$.

EXERCICE 4.

1°) Le tarif réduit est de $2\times\frac{80}{100}=\frac{160}{100}=1{,}60\,€$.

2°)a)

Prix payé en euros \ Nb d'heures de connexion en 1 mois	5 heures	15 heures	25 heures
Formule A	$2\times5=10$	$2\times15=30$	$2\times25=50$
Formule B	40	40	40
Formule C	$5{,}50+1{,}60\times5=13{,}50$	$5{,}50+1{,}60\times5=29{,}50$	$5{,}50+1{,}60\times25=45{,}50$

b) La formule la plus avantageuse pour : - 5h est la formule A.
- 10h est la formule C
- 25h est la formule B.

3°) Soit x le nombre d'heures de connexion, le prix payé en euros pour un mois est de :
- ***a)*** $y=2x$ pour la formule A
- ***b)*** $y=40$ pour la formule B
- ***c)*** $y=5{,}50+1{,}60\,x$ pour la formule C

TABLEAU NUMERIQUE

1°)

Année	Recettes totales		Billets vendus		Répartition des recettes		
	en euros	Evolution	Nombre total	Evolution	Enfants	Adultes	Groupes
2000	784 280	-0,68%	132 000	-5,04%	40,52%	47,42%	12,06%
2001	734 735	-6,32%	124 000	-6,06%	41,28%	47,30%	11,42%
2002	721 800	-1,76%	113 300	-8,63%	42,81%	46,55%	10,64%
2003	669 900	-7,19%	105 400	-6,97%	43,29%	47,62%	9,09%

Exemple de calcul pour l'année 2000.
Recette totale : 45000×4,57+21000×5,34+32000×7,62+14000×9,15+9000×3,05+11000×6,10 =784280
Evolution : (784280-789620)×100 / 789620 = – 0,68%

Billets vendus : 45000+21000+32000+14000+9000+11000 = 132000
Evolution : (132000-139000)×100 / 139000 = – 5,04%

Répartition des recettes : Enfants : (45000×4,57+21000×5,34)×100/ 784280 = 40,52%
Adultes : (32000×7,62+14000×9,15)×100/ 784280 = 47,42%
Groupes :(9000×3,05+11000×6,10)×100/ 784280 = 12,06% (Total=100%)

Le calcul pour les autres années se fait de la même manière.

2°)a) Evolution des ventes de billets enfants , adultes et groupes.

La vente des billets "Groupes" connaît une baisse chaque année de 2000 à 2003.
Celle des billets "Adultes" demeure relativement stable durant cette période.
La vente des billets "Enfants" augmente légèrement chaque année.

b) Le nombre de vente des billets de catégorie "Enfants Pleine Saison" a connu la plus forte diminution de 2000 à 2003, une baisse de 6000 billets, soit :
$(15000-21000)\times 100/\ 21000 = -28{,}57\%$.

c) En 2001: on aurait eu une augmentation de $8500\times(4{,}57-3{,}05)+9500\times(7{,}62-6{,}10)=$ 27 360€.

En 2003: on aurait eu une augmentation de $5500\times(5-3)+7400\times(8-6)=$ 25800€

d) En 2000, la recette pour les billets "Enfants Pleine Saison" était de $21000\times 5.34 = 112140$€

Pour avoir la même recette en 2004, il faut que le billet soit au tarif de

$$112140\ /\ 16000=7{,}00875 \approx \mathbf{7{,}01}\text{€}$$

Ce qui fait une augmentation de $(7{,}01-6)\times 100\ /\ 6 =$ **16,83%.**